Stokastisk Model for Radioaktivt Henfald

Ni[1]

Kernehenfald er ægte stokastisk

Efter de store ændringer i fysikkens verdensbillede, som formuleringen af kvantemekanikken i begyndelsen af det 20.århundrede medførte, har det stået klart, at tilfældighed er en central egenskab ved naturen. Indtil dette tidspunkt betragtede man stokastiske modeller som en kompensation for manglende viden. I den klassiske mekanik bruger man stokastiske modeller f.eks. til beskrivelse af gasser. Det er ikke praktisk muligt at holde styr på det enkelte molekyles bevægelse, men i princippet er det muligt. Bevægelsen er fuldstændig beskrevet af Newtons anden lov.

Når vi kaster en mønt, er der tale om en pseudostokastisk proces. Hvis vi kendte begyndelsesbetingelserne, møntens- og gulvets egenskaber etc. nøjagtigt nok, kunne vi beregne, om det blev plat eller krone. Det stokastiske element kommer ind, fordi vi ikke kaster nøjagtigt ens hver gang.

Det forholder sig anderledes med henfald af en radioaktiv kerne. Ikke bare ved vi ikke, hvornår den henfalder - *vi kan ikke vide det*, ja **man** kan ikke vide det. Det er i denne forstand, at processen er ægte stokastisk. Den maksimale viden vi kan opnå om systemet er, at sandsynligheden er 0.5 for at kernen henfalder i løbet af en halveringstid.

Henfaldskonstant og henfaldssandsynlighed

Vi skal nu se, hvordan man kan beregne sandsynligheden for, at en kerne henfalder indenfor et tidsrum Δt. Ifølge “de store tals lov” nærmer frekvensen af kernehenfald sig sandsynligheden for henfald, hvis vi ser på et stort antal henfald.

$$p \approx \frac{-\Delta N}{N} \quad , \Delta N \gg 1, \quad \Delta t \ll T_{1/2}$$

ændringen af antallet af kerner er negativt - derfor minusset. Ifølge definitionerne på aktiviteten A og henfaldskonstanten k, gælder der:

$$\langle A \rangle = \frac{-\Delta N}{\Delta t}, \quad \langle A \rangle = k \cdot N, \quad k = \frac{\ln(2)}{T_{1/2}}$$

Ved kombination af ligningerne ovenfor får vi:

$$p \approx \frac{-\Delta N}{N} = \frac{\langle A \rangle \cdot \Delta t}{N} = \frac{k \cdot N \cdot \Delta t}{N} = k \cdot \Delta t$$
$$\Downarrow$$
$$k = \frac{p}{\Delta t}$$

henfaldskonstanten k er altså henfaldssandsynligheden pr. sekund.

[1] Fil:Datadrev\Fysik\Kernefysik\Henfald stokastisk model 01.wpd

Samlet har vi nu følgende sammenhæng mellem henfaldssandsynligheden p, henfaldskonstanten k, det betragtede tidsrum Δt og halveringstiden $T_{½}$.

$$\boxed{p = k \cdot \Delta t = \frac{\Delta t \cdot \ln(2)}{T_{½}}, \quad \Delta t \ll T_{½}}$$

Hvis vi kender haveringstiden, kan vi beregne sandsynligheden for, at en kerne henfalder i løbet af et givet tidsrum Δt; blot dette tidsrum er meget mindre end halveringstiden. Den sidste forudsætning skyldes, at aktiviteten og dermed henfaldssandsynligheden pr. tidsenhed kun kan regnes konstant i tidsrum, der er langt mindre end halveringstiden.

Vi har nu grundlaget for at opbygge en model for radioaktivt henfald, der kommer virkeligheden nærmere en den velkendte model med eksponentiel udvikling. Prisen for en bedre model af radioaktivt henfald er, at vi får et meget større beregningsarbejde, og derfor må vi have et computerprogram til hjælp.

Algoritmen

Den centrale ide i algoritmen er, at vi genererer et tilfældigt tal, og lader størrelsen af dette tal afgøre, om en given kerne skal henfalde eller ej. I programmet FPRO genereres et tilfældigt tal mellem nul og en - kaldet *ran* med følgende komando:

```
ran:= random(0)
```

I middel vil 1/6 af de genererede tal være mindre end 1/6, fordi netop 1/6 af tallene mellem nul og en er mindre end 1/6. Generelt lader vi en kerne henfalde, hvis det tilfældige tal er mindre end henfaldssandsynligheden p.

```
IF ran < p THEN
        dN := dN + 1
ENDIF
```

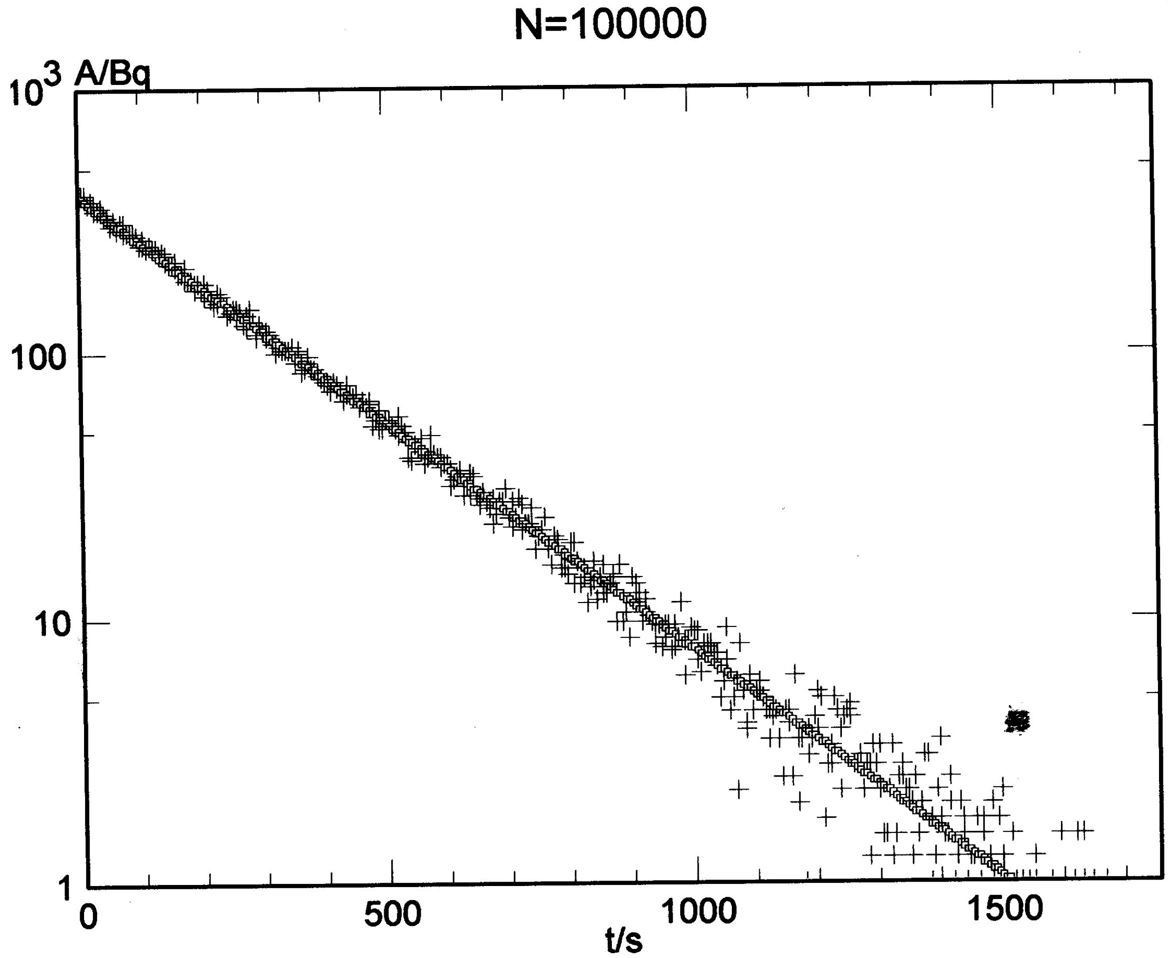
dN er antallet af kerner, der er henfaldet, og dette antal skal forøges med en, hvis den betragtede kerne henfalder.
For hvert tidsskridt skal vi gennemgå alle kernerne og derefter skal antallet af kerner opdateres. Så proceduren med at afgøre om en kerne henfalder lægges ind i en "For Løkke", der gennemløber antallet af kerner. Når alle kerner er undersøgt trækkes antallet af henfaldne kerner dN fra antallet af kerner N. Tiden opdateres så og computeren starter forfra på programmet.

```
FOR i:=0 TO N DO
            ran := random(0)

    IF ran<p THEN
            dN  := dN+1
    ENDIF

NEXT

            N   := N-dN
            t   := t+dt
```

Hvis dette skal afvikles i FPRO skal der tilføjes en klardel, hvor alle variable initialliseres. Det færdige program er vedlagt som bilag.

Kørsel med "stort" og "lille" antal kerner.

Den relative spredning på tælletallet er proportionalt med en divideret med kvadratroden af aktiviteten. Modellen skulle gerne afspejle dette. Desuden skal modellen være i overenstemmelse med den eksponentielle model, derfor er de aktuelle eksponentielle udviklinger indtegnet på graferne nedenfor til sammenligning. Bemærk, at skalaen på andenaksen er logaritmisk.



Vi ser tydeligt, at spredningen vokser, efterhånden som antallet af kerner aftager. Desuden er målingerne centreret omkring grafen for den eksponentielle udvikling.